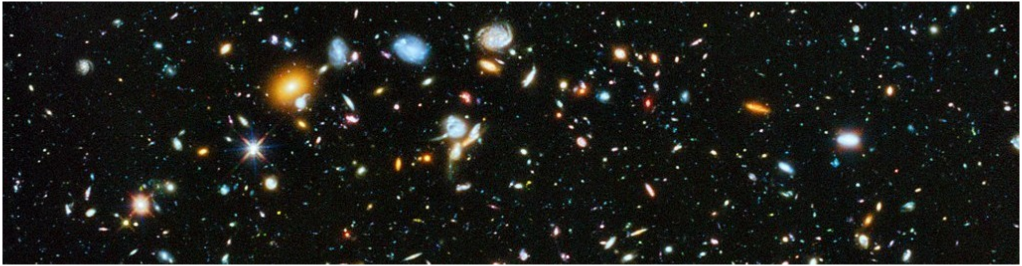


Freeze-In Production of sterile Neutrino Dark Matter

Carlo Tasillo

16. Juli 2018

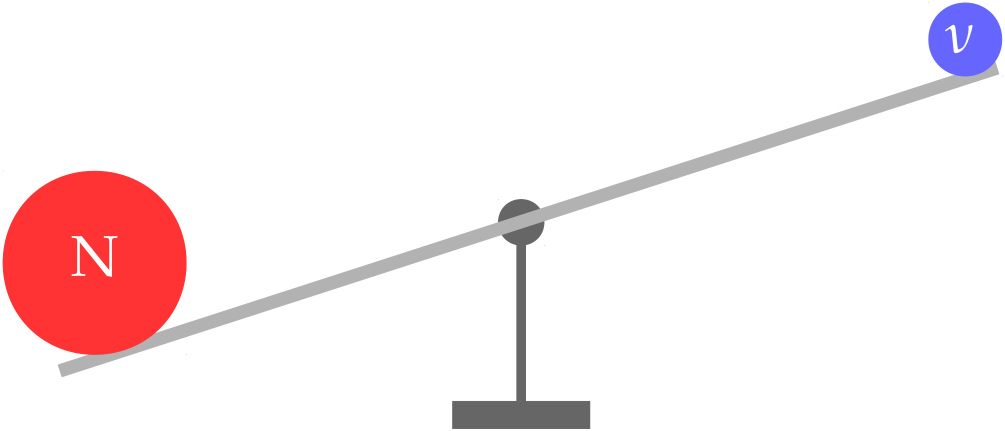
Theoretische Physik III
Fakultät für Physik

Probleme in Kosmologie und Teilchenphysik

- Kosmologie & Astrophysik
  $\longrightarrow$ Dunkle Materie
- Teilchenphysik
  $\longrightarrow$ Neutrinomassen

Können beide Probleme gleichzeitig gelöst werden?

Der Seesaw-Mechanismus. Eine mögliche Lösung?



Benötigter physikalischer Hintergrund

- Kosmologie
- Thermodynamik
- Neutrinomassen
- Die Boltzmann-Gleichung
- Freeze-In und Freeze-Out

Kosmologie

Isotropie und Homogenität $\rightsquigarrow$ die Friedmann-Gleichungen

Die Friedmann-Gleichungen

$$\frac{\dot{a}(t)^2}{a(t)^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{\kappa}{a(t)^2} \tag{1}$$

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \tag{2}$$

$a(t)$ Skalenfaktor, κ Krümmungsparameter, ρ Energiedichte, p Druck, G Gravitationskonstante

Kosmologie

- „Urknall“: Universum war zu Beginn heiß und dicht
- Hubble-Parameter während Strahlungsdominanz:

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}}{a} = \frac{1}{2t} \tag{3}$$

- Anteil einer Energiedichte ρ_i an der Energiedichte des Universums:

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_{\text{crit}}} \tag{4}$$

mit

$$\rho_{\text{crit}} \equiv \frac{3H}{8\pi G} \tag{5}$$

Thermodynamik

- Energiedichte für alle relativistischen Teilchen, die sich im thermodynamischen Gleichgewicht befinden

$$\rho_{\text{tot}}^{\text{R, eq}} = \frac{\pi^2}{30} g_{\text{eff}}(T)\, T^4 \tag{6}$$

mit

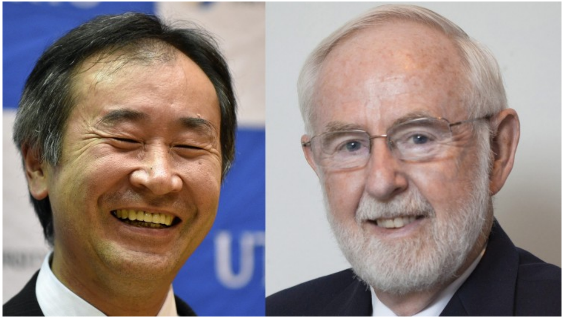
$$g_{\text{eff}}(T) = \sum_{i=\text{Bosonen}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{Fermionen}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 \tag{7}$$

- Entropiedichte des Universums

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_{\text{eff, s}}(T)\, T^3 \tag{8}$$

Neutrinomassen

- Erzeugung von Fermion-Massen im SM normalerweise durch Higgs-Mechanismus
  - Links- und rechtshändige Teilchen benötigt
  - Bisher keine rechtshändigen Neutrinos entdeckt $\Rightarrow m_\nu \overset{\text{SM}}{=} 0$



Quelle: Deutschlandfunk

- Nobelpreis 2015: $\Delta m_\nu \neq 0$

Neutrinomassen: Der Seesaw-Mechanismus

Führe ein rechtshändiges Neutrino ν_R ein. Für den Neutrinomassenterm folgt

$$-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\overline{\nu}_\mathrm{L} & \overline{\nu}_\mathrm{R}{}^c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & m_\mathrm{LR} \\ m_\mathrm{LR} & M_\mathrm{RR}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\nu_\mathrm{L}{}^c \\ \nu_\mathrm{R}\end{pmatrix} + h.c. \tag{9}$$

Masseneigenwerte (für $m_\mathrm{LR} \ll M_\mathrm{RR}$)

$$m_N = M_\mathrm{RR} \tag{10}$$

$$m_\nu = \frac{m_\mathrm{LR}^2}{M_\mathrm{RR}} = \frac{y^2 v^2}{m_N} \tag{11}$$

Die Boltzmann-Gleichung

- Beschreibt Änderung der Teilchenzahldichte n einer Spezies durch Expansion des Universums und Teilchenwechselwirkung $i_1 + \ldots + i_a \leftrightarrow i_{a+1} + \ldots + i_n$

$$\dot{n} = -\underbrace{3Hn}_{\substack{\text{Expansion}\\ \text{d. Universums}}} - \int \mathrm{d}\mathcal{P}^n \underbrace{(2\pi)^4 \delta^{(4)}\left(\sum_{i=1}^{a} p_i - \sum_{i=a+1}^{n} p_i\right)}_{\text{Viererimpulserhaltung}} \underbrace{\left(|\mathcal{M}_{\rightarrow}|^2 \prod_{i=1}^{a} f_i - |\mathcal{M}_{\leftarrow}|^2 \prod_{i=a+1}^{n} f_i\right)}_{\text{Rate Hinreaktion — Rückreaktion}} \tag{12}$$

Die Boltzmann-Gleichung

Die dimensionslose Form der Boltzmann-Gleichung

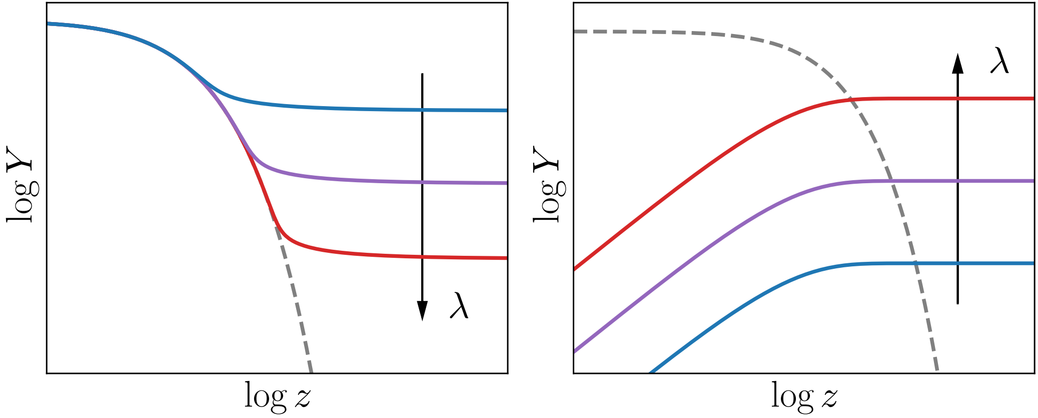
$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}z} = -\frac{\gamma^{\text{eq}}}{szH}\left(\prod_{i=1}^{a}\frac{Y_i}{Y_i^{\text{eq}}} - \prod_{i=a+1}^{n}\frac{Y_i}{Y_i^{\text{eq}}}\right) \tag{13}$$

durch Annahme von CP-Invarianz und das Einführen von

- Zeitparamter $z \equiv \frac{m}{T}$
- Teilchenzahldichte, normiert auf mitbewegtes Volumen $Y \equiv \frac{n}{s}$
- Raumzeitdichte der Wechselwirkung im thermodynamischen Gleichgewicht

$$\gamma^{\text{eq}} \equiv \int \mathrm{d}\mathcal{P}^n \, (2\pi)^4 \delta^{(4)}\left(\sum_{i=1}^{a} p_i - \sum_{i=a+1}^{n} p_i\right) |\mathcal{M}|^2 \prod_{i=1}^{a} f_i . \tag{14}$$

Vergleich von Freeze-Out und Freeze-In



Freeze-Out (links) und Freeze-In (rechts). Pfeile: Wirkung größerer Kopplungsstärke λ. Grau: Y^{eq}.

Die Boltzmann-Gleichung für den Higgs-Zerfall

- Boltzmann-Gleichung für $h \rightarrow \bar{\nu} N$
- Analytische Lösung
- Numerische Lösung

Aufstellen der dimensionslosen Boltzmann-Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}z} = -\frac{\gamma^{\text{eq}}}{szH}\left(\prod_{i=1}^{a}\frac{Y_i}{Y_i^{\text{eq}}} - \prod_{i=a+1}^{n}\frac{Y_i}{Y_i^{\text{eq}}}\right) \tag{15}$$

mit

- $Y = Y_h$ und $z = z_h \equiv \frac{m_h}{T}$
- $\frac{\gamma^{\text{eq}}}{s} = \Gamma_h Y_h^{\text{eq}} \frac{\mathrm{K}_1(z_h)}{\mathrm{K}_2(z_h)}$
- $\Gamma_h = \frac{y^2 m_h}{8\pi}\left(1 - \frac{m_N^2}{m_h^2}\right)^2$
- $Y_h' = -Y_N'$
- $H(z_h) = \sqrt{\frac{8\pi^3}{90} g_{\text{eff}}}\, \frac{m_h^2}{m_{\text{pl}}} \frac{1}{z_h^2}$
- $Y_h = Y_h^{\text{eq}}$ und $Y_\nu = Y_\nu^{\text{eq}}$
- $Y_h^{\text{eq}} = \frac{45}{4\pi^4}\frac{g_h}{g_{\text{eff, s}}} z_h^2\, \mathrm{K}_2(z_h)$
- $Y_N^{\text{eq}} = \frac{45}{4\pi^4}\frac{g_N}{g_{\text{eff, s}}}\left(\frac{m_N}{m_h}\right)^2 z_h^2\, \mathrm{K}_2\left(\frac{m_N}{m_h} z_h\right)$

Dimensionslose Boltzmann-Gleichung für Higgs-Zerfall

$$\frac{\mathrm{d}Y_N}{\mathrm{d}z} = \sqrt{\frac{90}{8\pi^3}}\frac{45}{32\pi^5}\frac{g_h}{g_{\text{eff, s}}\sqrt{g_{\text{eff}}}}\frac{y^2 m_{\text{pl}}}{m_h}\left(1-\frac{m_N^2}{m_h^2}\right)^2 z_h^3\,\mathrm{K}_1(z_h)$$
$$\times\left[1-\left(\frac{45}{4\pi^4}\frac{g_N}{g_{\text{eff, s}}}\left(\frac{m_N}{m_h}\right)^2 z_h^2\,\mathrm{K}_2\left(\frac{m_N}{m_h}z_h\right)\right)^{-1} Y_N\right] \tag{16}$$

Analytische Lösung

Betrachte Freeze-In: $Y_N \ll Y_N^{\text{eq}}$ führt zu

$$\frac{\mathrm{d}Y_N}{\mathrm{d}z_h} = \alpha z_h^3 \, \mathrm{K}_1(z_h) \underbrace{\left[1 - \frac{Y_N(z_h)}{Y_N^{\text{eq}}(z_h)}\right]}_{\approx 1} \tag{17}$$

Verwende $Y_N(0) = 0$ und berechne $Y_N^0 \equiv Y_N(z_h \to \infty)$:

$$Y_N^0 = \alpha \int_0^\infty \mathrm{d}x \, x^3 \, \mathrm{K}_1(x) = \frac{3\pi}{2}\alpha \tag{18}$$

Analytische Lösung

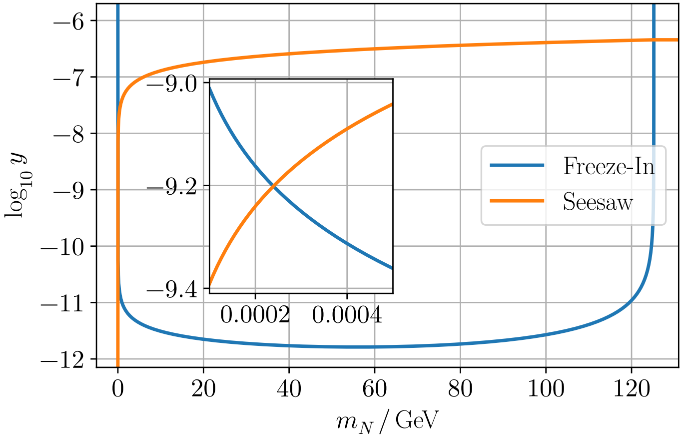
Daraus ergibt sich der Anteil an der Energiedichte des Universums

$$\Omega_N = \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{90}{8\pi^3}}\frac{g^0_{\text{eff, s}}}{g_{\text{eff, s}}}\frac{g_h}{\sqrt{g_{\text{eff}}}}\frac{y^2 m_N}{m_h m_{\text{pl}}}\left(1-\frac{m_N^2}{m_h^2}\right)^2\frac{T_0^3}{H_0^2} \tag{19}$$

Gleichsetzen mit Ω_{DM} und Umstellen auf y führt auf

$$y_{\text{ana}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt[4]{\frac{\pi^5}{5}}\sqrt{\frac{g_{\text{eff, s}}}{g^0_{\text{eff, s}}}\frac{\sqrt[4]{g_{\text{eff}}}}{\sqrt{g_h}}}\sqrt{\frac{m_{\text{pl}} m_h^5}{m_N}}\frac{\sqrt{\Omega_{\text{DM}}}}{m_h^2-m_N^2}\frac{H_0}{\sqrt{T_0^3}} \tag{20}$$

Analytische Lösung



Die Schnittpunkte der Graphen liegen bei

y	m_N
6.3×10^{-10}	239.3 keV
4.5×10^{-7}	125.199 88 GeV

Numerische Lösung

- Minimiere die Differenz $|\Omega_{\text{DM}} - \Omega_N(y)|$ für gegebenes m_N, um $y_{\text{num}}(m_N)$ zu erhalten
- Berechne dabei Ω_N über numerische Lösung von

$$\frac{Y_N}{z_h}\frac{\mathrm{d}\log Y_N}{\mathrm{d}\log z_h} = \alpha z_h^3 \mathrm{K}_1(z_h)\left[1 - \frac{Y_N}{Y_N^{\text{eq}}}\right] \tag{21}$$

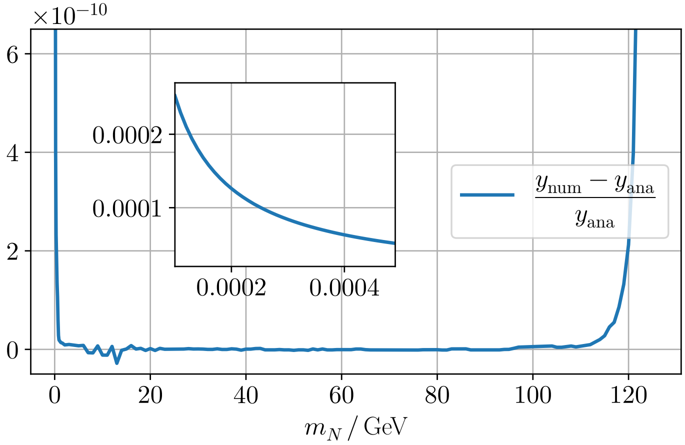
- Suche dann lokale Minima von $|y_{\text{num}}(m_N) - y_{\text{Seesaw}}(m_N)|$

$\Rightarrow$ **Ergebnis praktisch identisch**

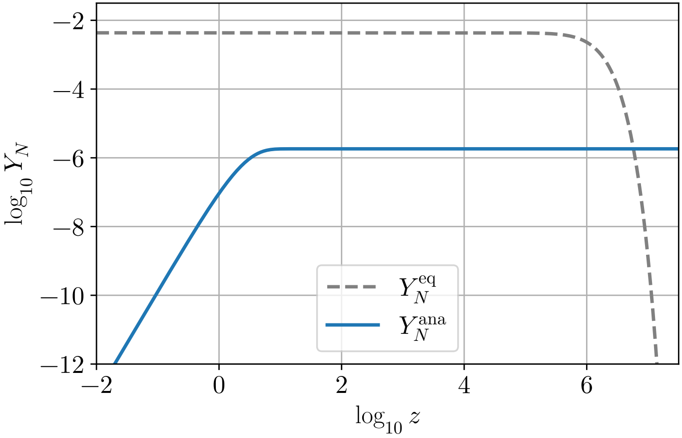
Numerische Lösung

Die relative Abweichung...

- ist $< 10^{-10}$ für
  600 MeV $\lesssim m_N \lesssim$ 118 GeV
- divergiert an Rändern
- ist an interessanten Stellen aber dennoch im unteren Prozentbereich



Ergebnisse der Rechnungen



y	m_N
6.3×10^{-10}	239.3 keV
4.5×10^{-7}	125.199 88 GeV

- Freeze-In: ✓
  - $y \ll 1$
  - $Y_N \ll Y_N^{\mathrm{eq}}$

Diskussion der Ergebnisse

- $y \ll 1? \rightsquigarrow$ Fundamentalere Theorien?
- Tremaine-Gunn-Schranke: $m_N \gtrsim 0.4\,\mathrm{keV}$: $\checkmark$
- Stabilität von N dominiert durch Strahlungszerfall $N \to \nu\gamma$: $\lightning$
  - $\tau_1 = 5.5 \times 10^{15}\,\mathrm{s}$
  - $\tau_2 = 7.4 \times 10^{-8}\,\mathrm{s}$

Das verwendete Modell muss überarbeitet werden!

Alternativen und experimentelle Überprüfung

- Stabilität $\tau \gtrsim t_0$ erfordert kleinere m_N
  $\longrightarrow$ Mögliche Lösung: ein leichtes + mehrere schwere sterile Neutrinos?
  - $\rightsquigarrow$ Quantitative Erklärung für Neutrinooszillationen?
  - $\rightsquigarrow$ Erklärung für $\not{L} \to \not{B}$?

- Beobachtung durch Röntgen-Teleskope, da bei $N \to \nu\gamma$: $E_\gamma \approx \frac{m_N}{2} = \mathcal{O}(\text{keV})$

Zusammenfassung

- Beide Probleme konnten zunächst durch analytische und numerische Lösung der Boltzmann-Gleichung für $h \to \bar{\nu} N$ gelöst werden: $m_N = 239.3$ keV oder ca. 120 keV unterhalb der Higgs-Masse.
- Der Strahlungszerfall $N \to \nu\gamma$ verhindert kosmologische Stabilität von N
- Mögliche Lösung: Mehr sterile Neutrinos?