DSA ROSSLEBEN — KURS 5.1: WAHRSCHEINLCIHKEITSTHEORIE

SIMON SCHWARZ, CARLO TASILLO

Aufgabe 1: a) Zeige, dass für zwei Ereignisse $A, B \in \Sigma$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

gilt. Diese Beziehung heißt *Satz von Bayes* und ist wichtig in unserem Kurs.

b) Findet eine intuitive Erklärung für den *Satz von Bayes*, den eure Eltern verstehen.

c) Sei $A \in \Sigma$ und A^c das Gegenereignis zu A, d.h. die Menge $A^c \in \Sigma$ mit $A \cap A^c = \emptyset$ und $A \cup A^c = \Omega$. Zeige, dass für ein beliebiges Ereignis $B \in \Sigma$

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|A^c) \cdot P(A^c)$$

gilt. Versucht auch diesen Zusammenhang intuitiv zu verstehen.

Aufgabe 2: Ein medizinischer Test wird eingesetzt, um eine seltene Krankheit in der Bevölkerung zu erkennen. Die Krankheit tritt bei 0.2% der Bevölkerung auf. Der Test erkennt erkrankte Personen mit einer Wahrscheinlichkeit von 99%. Gesunde Personen werden mit einer Wahrscheinlichkeit von 2% fälschlicherweise als krank markiert.

a) Definiere einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum für das "Zufallsexperiment", dass eine Person auf die Krankheit getestet wird. Lege dazu Grundmenge sowie geeignete Ereignisse für den Gesundheitszustand und das Testergebnis fest und gebe die bekannten Wahrscheinlichkeiten an.

b) Die Person wird positiv getestet. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass diese Person tatsächlich an der Krankheit leidet.

Hinweis: Beide Gleichungen aus Aufgabe 1 sind für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit hilfreich.

Aufgabe 3: In einer Spielshow stehen drei verschlossene Türen zur Auswahl. Hinter der einen Tür befindet sich ein Mittel für Weltfrieden, hinter den beiden anderen jeweils ein feucht-schwitziger Händedruck. Eine Kandidatin wählt zunächst zufällig eine Tür aus. Anschließend öffnet der Moderator, eine der beiden übrigen Türen, hinter der sich sicher der feucht-schwitzige Händedruck befindet. Danach bietet er der Kandidatin an, bei ihrer ursprünglichen Wahl zu bleiben oder zur anderen noch geschlossenen Tür zu wechseln.

a) Definiere einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum. Beschreibe die Grundmenge und geeignete Ereignisse, die den Ort des Wundermittels und die erste Wahl der Kandidatin berücksichtigen.

b) Sollte die Kandidatin die Tür wechseln oder bei ihrer ursprünglichen Wahl bleiben? Berechne die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.