

1 Überblick über den Kurs

1.1 Das Universum auf einen Blick

Abbildung 1.1 zeigt das beobachtbare Universum als logarithmische Karte, mit unserem **Sonnensystem im Zentrum**. Die Darstellung ist *logarithmisch*: Jeder Schritt nach außen entspricht der vervielfachung der Entfernung von unserem Sonnensystem. So passen Erde, Sonnensystem, Milchstraße, Galaxienhaufen und der Rand des beobachtbaren Universums, über 60 Größenordnungen, auf ein einziges Bild.

Was sieht man von innen nach außen?

- **Sonnensystem, Milchstraße, Nachbargalaxien:** Das uns vertraute Nahfeld. Diese Objekte sind mit bloßem Auge oder einfachen Teleskopen sichtbar.
- **Kosmisches Netz** (*cosmic web*): Galaxien sind nicht zufällig verteilt, sondern bilden ein großräumiges Geflecht aus Filamenten (Fäden), Voids (leere Bereiche) und Galaxienhaufen an den Knotenpunkten. Die Beobachtung dieser Strukturen benötigt moderne Teleskope.
- **Rotverschiebung** (rötlicher werdende Außenringe): Licht aus immer größeren Entfernungen hat einen längeren Weg durch das expandierende Universum zurückgelegt; seine Wellenlänge wurde dabei gestreckt und erscheint rotverschoben (Kapitel 2). Seit weniger als 100 Jahren, seit 1929, wissen wir dank Hubble, dass die Rotverschiebung mit dem Abstand zunimmt. Auf diese Beobachtung stützt sich die Urknalltheorie.
- **Dark Ages** (dunkler Bereich nach der Rekombination): Je weiter wir in die Entfernung blicken, desto frühere Epochen des Universums sehen wir. Letztendlich erreichen wir Zeiten, in denen es noch keine Sterne gab. Erst nach dem Erkalten des sog. primordialen Plasmas, nach einigen hundert Millionen Jahren zündeten die ersten Sterne und beendeten damit die *Dark Ages*.
- **Roter Ring = kosmischer Mikrowellenhintergrund (CMB):** Das älteste Licht des Universums, ausgesandt ca. $\sim 380\,000$ Jahre nach dem Urknall bei einer Rotverschiebung von $z \approx 1100$. Der CMB ist die wichtigste kosmologische Beobachtungsgröße überhaupt; er wird uns in Kapitel 8 und 6 (Inflation) immer wieder begegnen. Der CMB ist seit 1965 bekannt und wurde in den letzten 20 Jahren präzise vermessen.
- **Grauer äußerster Bereich = Gravitationswellenhintergrund:** Jenseits des CMB liegt das Universum vor der Rekombination, für Photonen undurchdringlich, aber für Gravitationswellen transparent. Genau hier suchen wir nach Spuren des frühen Universums und sind auf der Suche nach Signalen, die uns etwas über die frühe Geschichte des Universums verraten (Kapitel 11, 17). Ziel dieses Kurses soll sein, nachvollziehbar zu machen, wie wir heute nach solchen Signalen suchen und was sie uns über das frühe Universum mitteilen können.

Bemerkenswert: Von *jedem* Punkt im Universum würde eine solche Karte ähnlich aussehen – überall dasselbe kosmische Netz, dieselbe Hintergrundstrahlung am Rand. Das ist das *kosmologische Prinzip* (Kapitel 2).

Bevor wir uns in den nächsten Kapiteln Schritt für Schritt durch Differential- und Integralrechnung, Natürliche Einheiten, Friedmann-Gleichungen, Fourier-Analyse, Phasenübergänge, Gravitationswellen, Pulsar-Timing-Arrays und Monte-Carlo-Methoden arbeiten, wollen wir uns einmal die ganze Landkarte ansehen, auf der wir uns bewegen. Dieses Kapitel beantwortet noch nichts im Detail; es soll aber schon einmal zeigen, *wohin* die Reise geht und *warum* die einzelnen Bausteine zusammengehören. Ein Amuse-Gueule für alle, die diesem Text weiter folgen wollen.

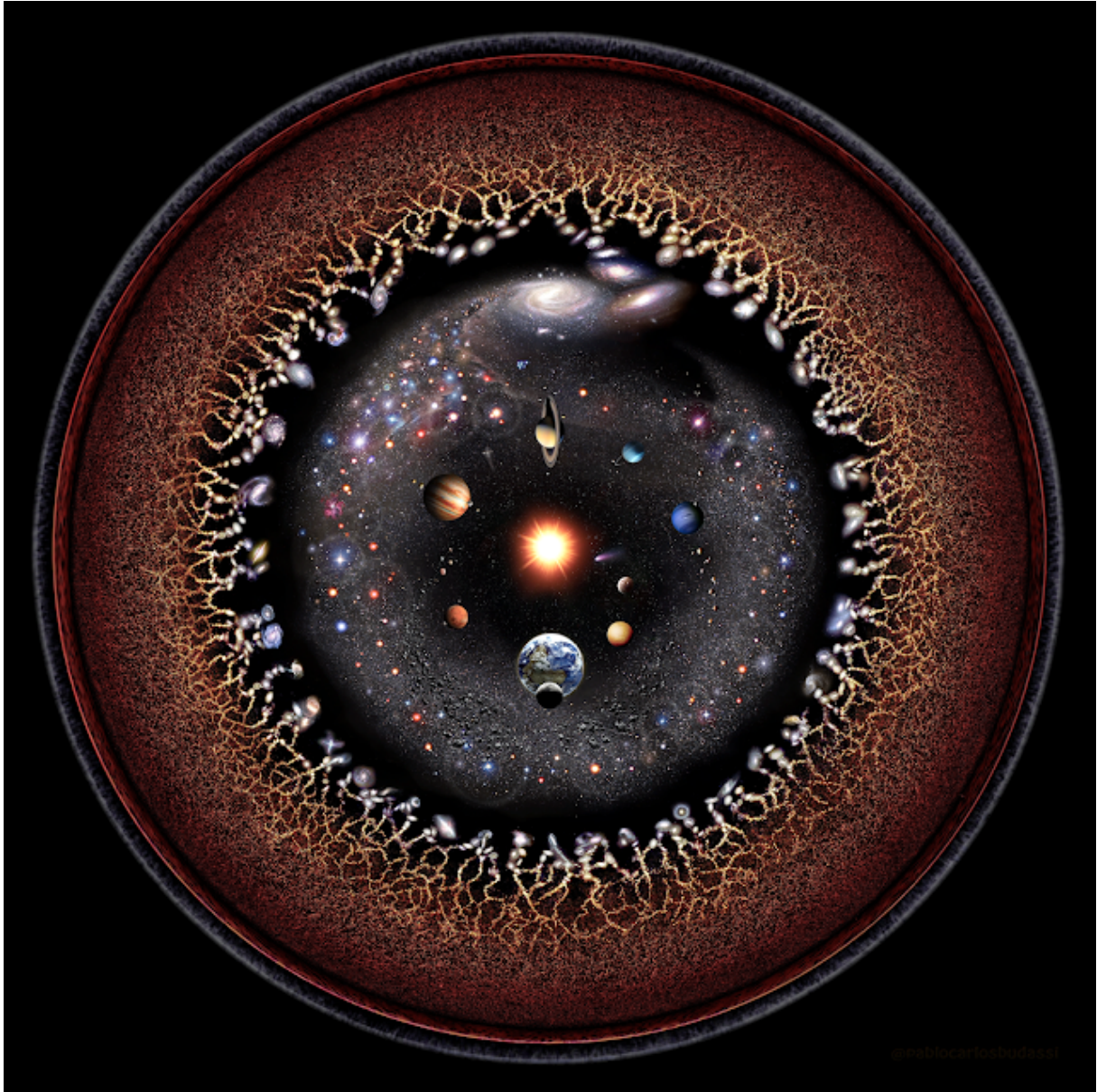


Abbildung 1.1: Logarithmische Karte des beobachtbaren Universums, mit unserem Sonnensystem im Zentrum. Illustration: Pablo Carlos Budassi [1].

1.2 Woraus bestehen wir?

Ein guter Anfang ist immer: bei dem anfangen, was man schon kennt. Alles, was wir um uns herum sehen, ob Stühle, Bäume, Sterne, oder uns selbst, besteht aus Atomen. Atome bestehen aus einem Kern (Protonen und Neutronen) und Elektronen, die ihn umkreisen. Protonen und Neutronen bestehen wiederum aus Quarks, die durch die *starke Kernkraft* zusammengehalten werden, vermittelt durch Teilchen, die *Gluonen* genannt werden. Die elektromagnetische Kraft, die Elektronen an den Kern bindet, wird durch *Photonen* vermittelt. Und dann gibt es noch die *schwache Kernkraft*, vermittelt durch die $W^\pm$ - und Z -Bosonen, die für radioaktive Zerfälle verantwortlich ist. Schließlich gibt es noch das *Higgs-Boson*, dessen zugehöriges Feld den anderen Teilchen über den sogenannten Higgs-Mechanismus ihre Masse verleiht (dazu mehr in Kapitel 18). Zusätzlich gibt es noch Anti-Teilchen zu allen Teilchen, welche die gleichen Eigenschaften wie die entsprechenden Teilchen haben, aber mit umgekehrten Ladungen.

All das zusammen, nämlich Quarks, Elektronen (und ihre schwereren Geschwister Myon

und Tau sowie die zugehörigen Neutrinos), Photon, Gluonen, $W^\pm$ -, Z - und Higgs-Boson, bildet das *Standardmodell der Teilchenphysik* (SM). Es ist eines der experimentell am genauesten überprüften Modelle, vielleicht sogar das am besten getestete Modell überhaupt. In Abbildung 1.2 befindet sich eine Übersicht über die Elementarteilchen des Standardmodells.

Quarks			Eichbosonen	
u up 2.2 MeV	c charm 1.27 GeV	t top 173 GeV	g Gluon 0	H Higgs 125.25 GeV
d down 4.7 MeV	s strange 95 MeV	b bottom 4.18 GeV	γ Photon 0	
e Elektron 0.511 MeV	μ Myon 105.7 MeV	τ Tauon 1.777 GeV	Z Z-Boson 91.19 GeV	
ν_e Elektron- Neutrino < 1 eV	ν_μ Myon- Neutrino < 1 eV	ν_τ Tau- Neutrino < 1 eV	$W^\pm$ W-Boson 80.38 GeV	
Leptonen				

Abbildung 1.2: Die Elementarteilchen des Standardmodells mit ihren (Ruhe-)Massen. Quarks und Leptonen (links, je drei „Generationen“) sind Fermionen und bilden die Materie; Gluon, Photon, Z - und W -Bosonen (rechts) sind die Austauschteilchen der starken, elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung. Das Higgs-Boson ist für die Massen der anderen Teilchen verantwortlich.

1.3 Zwei Theorien, eine Spannung

Das Standardmodell ist eine *Quantenfeldtheorie* (QFT): Teilchen werden als Anregungen von Feldern (siehe Kapitel 18) beschrieben, die den ganzen Raum ausfüllen, und ihre Wechselwirkungen folgen den Regeln der Quantenmechanik.

Die Gravitation hingegen wird nicht durch das Standardmodell beschrieben, sondern durch Einsteins *Allgemeine Relativitätstheorie* (ART, oder GR für *general relativity*). In der ART ist die Gravitation keine Kraft im klassischen Sinne, sondern eine Folge der *Krümmung der Raumzeit* durch Energie und Materie. Kurz zusammengefasst kann man sagen, dass das aus der Schule wohlbekannte Newtonsche Gravitationsgesetz und die Coulomb-Kraft, welche die Anziehung und Abstoßung von Ladungen beschreibt, beide auf sehr unterschiedliche Weise formuliert werden:

- $F_G = G_N \frac{mM}{r^2}$: beschreibt die Gravitation, wird im Allgemeinen durch die Raumzeitkrümmung abgelöst.
- $F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2}$: beschreibt elektrische Felder, wird im Allgemeinen zusammen mit Mag-

entfeldern, der schwachen und der starken Kraft als Quantenfeld beschrieben.

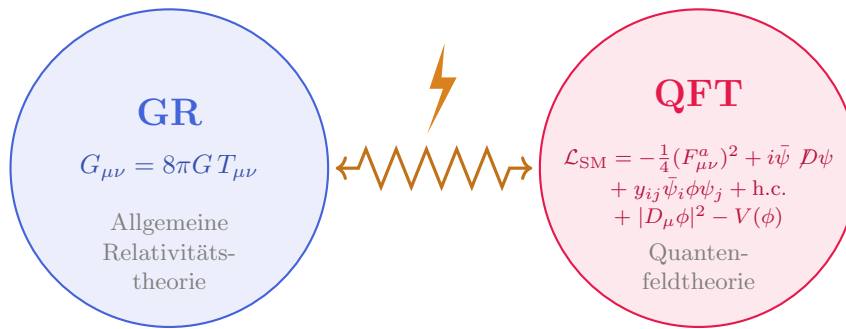


Abbildung 1.3: Die zwei Säulen der modernen Physik: Die Allgemeine Relativitätstheorie (GR) beschreibt Gravitation als Raumzeitkrümmung (Einstein-Gleichung $G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$). Die Quantenfeldtheorie (QFT) beschreibt die drei anderen Grundkräfte über den Standardmodell-Lagrangian $\mathcal{L}_{\text{SM}}$. Beide Theorien sind für sich extrem präzise, aber bisher gibt es keine konsistente *Quantengravitation*, die beide vereint.

Bislang gibt es keine anerkannte Theorie der *Quantengravitation*, die beide Theorien vereint (Abbildung 1.3). Ein großer Teil dieses Kurses besteht darin, nachzuvollziehen, *warum wir trotzdem unseren Rechnungen vertrauen können*, nämlich solange wir uns auf Energie-, Längen- und Zeitskalen bewegen, auf denen beide Theorien getrennt voneinander hervorragend funktionieren. Wo genau diese Grenze liegt, werden wir in Kapitel 5 (Natürliche Einheiten) ausrechnen: Es ist die sogenannte *Planck-Skala*.

1.4 Das Standardmodell der Kosmologie: Λ CDM

Während das Standardmodell der Teilchenphysik beschreibt, *woraus* das Universum besteht, beschreibt das Standardmodell der Kosmologie, Λ CDM, *wie* sich das Universum als Ganzes entwickelt. Die Buchstaben stehen für:

- Λ : die kosmologische Konstante, oft auch *Dunkle Energie* genannt – verantwortlich für die beschleunigte Expansion des heutigen Universums. Einstein selbst hat sie einmal (in einem anderen Kontext) als seine größte Eselei bezeichnet. Auch heute noch gibt sie der Forschung Rätsel auf.
- CDM: *cold dark matter*, Dunkle Materie, eine bislang unbekannte Form von Materie, die Galaxien zusammenhält, aber nicht mit Licht wechselwirkt. Womöglich handelt es sich hierbei um eine neue Form von Elementarteilchen, welche dem Schema in Abb. 1.2 hinzugefügt werden müsste.

Die heutige Energiebilanz des Universums ist in Tabelle 1.1 zusammengefasst.

Bestandteil	Anteil an der Gesamtenergiedichte heute
Dunkle Energie (Λ)	$\sim 69\%$
Dunkle Materie	$\sim 26\%$
gewöhnliche (baryonische) Materie	$\sim 5\%$
Strahlung (Photonen, Neutrinos)	$< 0.1\%$

Tabelle 1.1: Heutige Energiebilanz des Universums nach Planck 2018 [2]. Knapp 95 % bestehen aus Dunkler Energie und Dunkler Materie, Komponenten, die wir bislang nur über ihre gravitative Wirkung kennen.

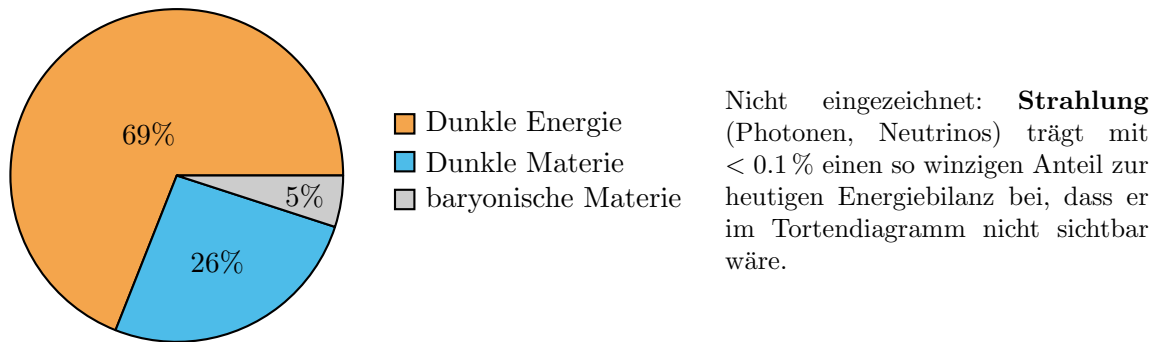


Abbildung 1.4: Die heutige Energiebilanz des Universums (Werte aus Tabelle 1.1). Knapp 95 % des Universums bestehen aus Komponenten, nämlich Dunkle Energie und Dunkle Materie, die wir bislang nur über ihre gravitative Wirkung kennen; nur etwa 5 % sind die uns vertraute, baryonische Materie, aus der Sterne, Planeten und wir selbst bestehen.

Abbildung 1.4 veranschaulicht diese Aufteilung als Tortendiagramm: Der weit überwiegende Teil des Universums besteht aus Dunkler Energie und Dunkler Materie, denen wir in Kapitel 9 (Dunkle Materie) noch ausführlich begegnen werden. Mit nur diesen wenigen Zutaten (plus den *Friedmann-Gleichungen*, die wir in Kapitel 8 herleiten werden) lässt sich die gesamte Entwicklung des Universums von Sekundenbruchteilen nach dem Urknall bis heute beschreiben.

1.5 Eine Zeitleiste des Universums

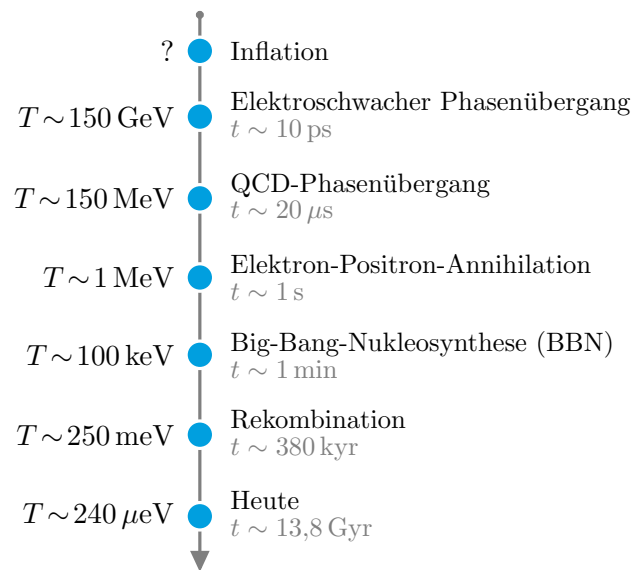


Abbildung 1.5: Zeitleiste der thermischen Geschichte des Universums, vom Ende der Inflation (oben) bis heute (unten), mit Temperaturen T links und Zeitpunkten t nach dem Ende der Inflation rechts. Die eingetragenen Ereignisse (elektroschwacher und QCD-Phasenübergang, BBN, Rekombination) sind die wichtigsten Wegmarken, die uns als roter Faden durch den Kurs begleiten.

Abbildung 1.5 zeigt die wichtigsten Stationen der thermischen Geschichte grafisch als Zeitleiste, von der Inflation (unten, höchste Temperaturen) bis heute (oben). Die Temperaturen sind in Elektronenvolt (eV) angegeben (Kapitel 5). Diese Zeitleiste wird uns als roter Faden durch den ganzen Kurs begleiten.

Was passiert jeweils bei den einzelnen Punkten?

Inflation Direkt nach dem Urknall vermuten wir, dass das Universum eine Phase extrem schneller, exponentieller Ausdehnung durchlaufen hat, vermutlich angetrieben durch ein hypothetisches Skalarfeld (das sog. Inflaton-Feld). Dieser Vorgang glättet das Universum auf großen Skalen, und bläst die ersten quantenmechanischen Fluktuationen auf makroskopische Skalen auf, sodass diese die Keime für spätere Galaxien werden. Ferner erklärt die Inflation, warum das Universum heute so homogen und flach ist. Zum Ende der Inflation zerfällt das Inflatonfeld in das primordiale Plasma, womöglich also auch in die Teilchen des Standardmodells. Dadurch erhitzt sich das Universum extrem stark und wir sprechen vom “Reheating”. Wenn Menschen in der Populärwissenschaft vom “Big Bang” oder “Urknall” sprechen, meinen sie oft die Inflation. Manchmal meinen sie aber auch den Zeitpunkt *vor* der Inflation, über den wir noch weniger empirische Evidenz haben (Kapitel 6). In der Forschung meint “Urknall” für gewöhnlich den Zeitpunkt des Reheatings, da danach das sog. “Hot Big Bang”-Szenario anschließt, also die Ausdehnung und zunehmende Abkühlung des primordialen Plasmas.

Elektroschwacher Phasenübergang ($T \sim 150 \text{ GeV}$, $t \sim 10 \text{ ps}$) Das Higgs-Feld „friert“ in sein heutiges Minimum ein: Die elektrische und die schwache Wechselwirkung, die bei sehr hohen Temperaturen vereint waren, trennen sich. Die W - und Z -Bosonen, sowie die Fermionen (also die Quarks und die Leptonen) erhalten durch den Higgs-Mechanismus ihre Masse. Dies ist eines der wichtigsten Beispiele für einen kosmologischen Phasenübergang, den wir in Kapitel 18 ausführlich behandeln. Viele Menschen vermuten, dass zu diesem Zeitpunkt auch die winzige Asymmetrie zwischen Materie und Antimaterie entstanden ist, die dazu geführt hat dass heute auf ca. 10 Milliarden Licht-Teilchen ein Materieteilchen kommt, welches aus der Annihilation von Materie und Antimaterie in der folgenden Entwicklung des Universums übrig geblieben ist.

QCD-Phasenübergang ($T \sim 150 \text{ MeV}$, $t \sim 20 \mu\text{s}$) Quarks und Gluonen, die vorher frei im Quark-Gluon-Plasma herumschwirren, werden durch die starke Kernkraft zu Protonen und Neutronen „eingesperrt“ (Confinement). Dieser Übergang ist dafür verantwortlich, dass die heute bekannte Kernmaterie überhaupt existiert. QCD steht für Quantenchromodynamik, also die Theorie der starken Wechselwirkung zwischen Quarks und Gluonen.

Elektron-Positron-Annihilation ($T \sim 1 \text{ MeV}$, $t \sim 1 \text{ s}$) Das Universum kühlt so weit ab, dass Elektronen und Positronen nicht mehr thermisch produziert werden können. Sie annihilieren massenweise zu Photonen; der übrige Überschuss an Elektronen (eines für jedes Proton) bildet die Elektronen in heutigen Atomen.

Big-Bang-Nukleosynthese (BBN, $T \sim 100 \text{ keV}$, $t \sim 1 \text{ min}$) Die Temperatur fällt weit genug ab, damit Protonen und Neutronen zu leichten Atomkernen fusionieren können: vor allem Helium-4, ein wenig Deuterium, Helium-3 und Lithium. Etwa 25 % der baryonischen Masse wird so in Helium umgewandelt, die restlichen 75 % bleiben als noch ionisierter Wasserstoff, also Protonen zurück. Die BBN-Vorhersagen stimmen hervorragend mit astronomischen Beobachtungen überein und sind ein starker Beleg für das Urknall-Modell. Die Übereinstimmung ist so gut, dass die BBN auch als Test für Ergänzungen des Standardmodells dient (Kapitel 20).

Rekombination ($T \sim 250 \text{ meV}$, $t \sim 380\,000 \text{ yr}$) Elektronen und Protonen kombinieren sich zu neutralem Wasserstoff. Das Universum wird für Photonen transparent: Licht kann jetzt erstmals frei reisen. Die dabei freigesetzten Photonen bilden den *kosmischen Mikrowellenhintergrund* (CMB), den wir heute als gleichmäßige Wärmestrahlung bei $\sim 2.7 \text{ K}$ messen. Der CMB ist die bei weitem wichtigste Informationsquelle über das frühe Universum. Die Vermessung des CMB hat das ΛCDM -Modell erst möglich gemacht.

Heute ($T \sim 240 \mu\text{eV}$, $t \sim 13.8 \text{ Gyr}$) Das Universum ist transparent, von Galaxien durchzogen und befindet sich in einer Phase beschleunigter Expansion durch die Dunkle Energie (Λ). Kursleitende und -teilnehmende zerbrechen sich nach wie vor den Kopf über seinen Ursprung.

Diese Zeitleiste begleitet uns durch den gesamten Kurs: Kapitel 18 behandelt Phasenübergänge wie auch den elektroschwachen und QCD-Phasenübergang im Detail, Kapitel 8.6 beschreibt, wie wie jedem Ereignis ein Alter des Universum zuordnen können und Kapitel 11 und 17 zeigen, wie wir in neuen Forschungsdaten nach Spuren dieser frühen Ereignisse suchen können.

Abbildung 1.6 ergänzt diese Zeitleiste um eine quantitative Perspektive: Sie zeigt, wie sich die Energiedichten der drei Komponenten (ρ_{rad} , ρ_{mat} , ρ_{Λ}) über die gesamte kosmische Geschichte entwickeln, von der BBN über die Rekombination bis heute. Ziel von Kapitel 8 wird es sein, diese Entwicklung nachzuvollziehen.

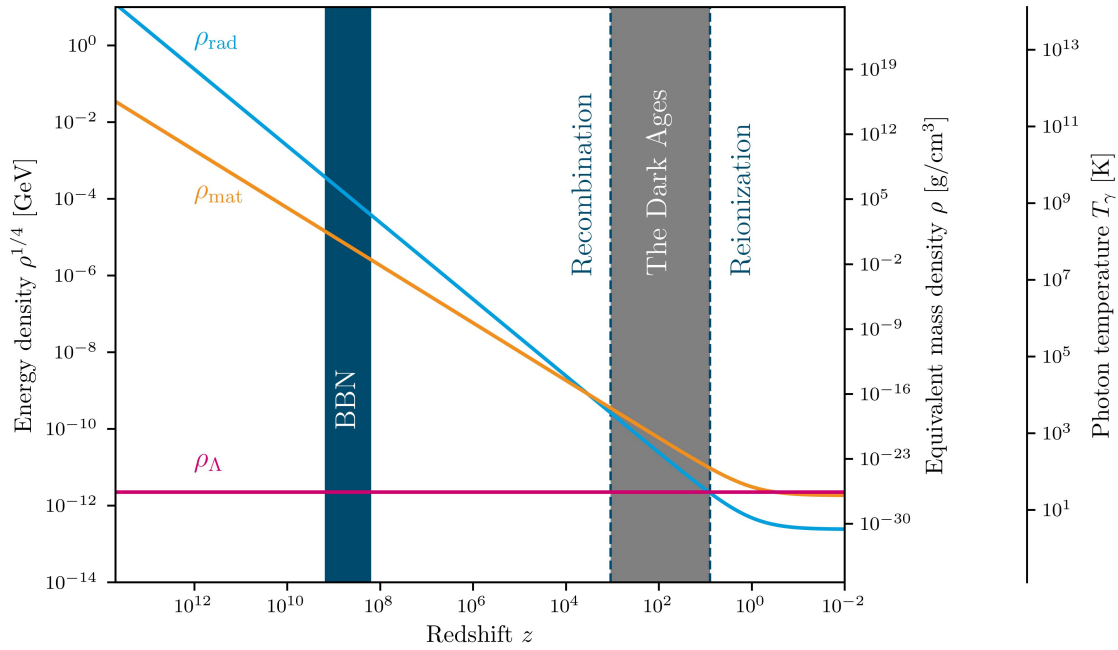


Abbildung 1.6: Entwicklung der Energiedichten $\rho^{1/4}$ (in GeV) als Funktion der Rotverschiebung z , von der Urknall-Ära ($z \sim 10^{12}$, links) bis heute ($z \sim 0$, rechts). Strahlung (blau, $\rho_{\text{rad}} \propto (1+z)^4$) dominiert bei hohen z ; Materie (orange, $\rho_{\text{mat}} \propto (1+z)^3$) übernimmt nach der Materie-Strahlungs-Gleichheit; die Vakuumenergie ρ_{Λ} (pink) dominiert seit $z \lesssim 0.3$. Die markierten Epochen (BBN, Rekombination, Dark Ages, Reionisation) entsprechen den Wegmarken in der Zeitleiste. Die beiden zusätzlichen vertikalen Achsen vergleichen die Energiedichte (dank $E = mc^2$) mit einer Massendichte und einer Temperatur des primordialen Plasmas zum angegebenen Zeitpunkt.

1.6 Größenordnungen: Länge und Zeit im Universum

Ein zentrales Werkzeug, um sich in den enormen Größenordnungen der Kosmologie zurechtzufinden, sind die *natürlichen Einheiten* (Kapitel 5). Sie erlauben es, Längen, Zeiten, Energien und Temperaturen ineinander umzurechnen. Tabelle 1.2 gibt eine Übersicht der relevanten Längen- und Zeit-Skalen, von der kleinsten bekannten (Planck-Skala) bis zur größten (dem beobachtbaren Universum), welche wir letztendlich auch in natürlichen Einheiten auszudrücken lernen werden.

Skala	Länge	Zeit
Planck-Skala	$1.6 \times 10^{-35} \text{ m}$	$5.4 \times 10^{-44} \text{ s}$
Proton	$\sim 10^{-15} \text{ m}$	–
Atom	$\sim 10^{-10} \text{ m}$	–
Mensch	$\sim 1 \text{ m}$	–
Erde–Sonne	$1.5 \times 10^{11} \text{ m}$	$\sim 8 \text{ min}$
Milchstraße	$\sim 10^{21} \text{ m}$	$\sim 10^5 \text{ yr}$
beobachtbares Universum	$\sim 10^{26} \text{ m}$	$\sim 13.8 \times 10^9 \text{ yr}$

Tabelle 1.2: Charakteristische Längen- und Zeitskalen von der Planck-Skala bis zum beobachtbaren Universum. Zwischen dem kleinsten und dem größten Eintrag liegen über 60 Größenordnungen.

Zwischen der kleinsten und der größten Zahl in Tabelle 1.2 liegen mehr als 60 Größenordnungen, und trotzdem werden wir sehen, dass dieselben physikalischen Gesetze (Friedmann-Gleichungen, Quantenfeldtheorie) auf allen diesen Skalen eine Rolle spielen.

In der Astronomie verwendet man der Übersicht halber zwei besonders praktische (da: *astronomisch große*) Längeneinheiten. Das *Lichtjahr* (ly) ist die Strecke, die Licht in einem Jahr zurücklegt:

$$1 \text{ ly} = c \cdot 1 \text{ yr} \approx 9.46 \times 10^{15} \text{ m}. \quad (1.1)$$

Das *Parsec* (pc) ist die Einheit, die in der professionellen Astronomie und Kosmologie noch häufiger verwendet wird. Es ist definiert über den Winkel, unter dem die Erde-Sonne-Distanz ($1 \text{ AU} = 1.496 \times 10^{11} \text{ m}$, eine sog. astronomische Einheit) von einem Stern aus erscheint: Ein Stern hat einen Abstand von einem Parsec, wenn seine jährliche Parallaxe genau eine Bogensekunde ($1''$) beträgt, wenn er sich im Laufe eines Jahres also um den angegebenen Winkel bewegt. Es gilt

$$1 \text{ pc} \approx 3.086 \times 10^{16} \text{ m} \approx 3.26 \text{ ly}. \quad (1.2)$$

Für kosmologische Skalen verwendet man Kiloparsec ($\text{kpc} = 10^3 \text{ pc}$) und Megaparsec ($\text{Mpc} = 10^6 \text{ pc}$): Die Milchstraße hat einen Durchmesser von $\sim 30 \text{ kpc}$, Galaxienhaufen sind $\sim 1\text{--}10 \text{ Mpc}$ groß, und das beobachtbare Universum hat einen Radius von $\sim 14 \text{ Gpc}$. Die Hubble-Konstante H_0 wird typischerweise in km/s/Mpc gemessen, Mpc ist also die natürliche Längenskala der Kosmologie.

1.7 Lücken im Standardmodell

Das Standardmodell der Teilchenphysik ist eine Triumph der modernen Physik, beantwortet aber längst nicht alle Fragen. Es gibt mehrere gut bekannte Phänomene, für die das SM keine Erklärung liefert. Diese „Lücken“ sind zugleich die spannendsten offenen Fragen der Physik:

Dunkle Materie. Wir sehen, dass Galaxien sich schneller drehen, als sie es dürften, wenn ihre sichtbare Materie allein gravitativ wirken würde. Ebenso biegen Galaxienhaufen das Licht stärker ab, als ihr sichtbarer Inhalt es erklären könnte. Das Standardmodell hat kein Teilchen, das diese *Dunkle Materie* erklären könnte, da sie kaum mit normalem Material wechselwirkt, leuchtet nicht, und macht dennoch $\sim 26\%$ der gesamten Energiedichte des Universums aus. Kapitel 9 widmet sich dieser Frage.

Dunkle Energie. Das Universum expandiert nicht nur, sondern *beschleunigt*. Diese Beschleunigung wird einer unbekannten Form von Energie zugeschrieben, der *Dunklen Energie* (oft modelliert als kosmologische Konstante Λ), die $\sim 69\%$ der gesamten Energiedichte ausmacht. Charakteristische Eigenschaft der dunklen Energie ist, dass sie, anders als gewöhnliche

Energiedichten, einen negativen Druck hat. Das kann intuitiv damit gleichgesetzt werden, dass “sie sich gerne ausdehnen würde”. Woher sie kommt, ist völlig unklar: Die theoretische Vorhersage aus der Quantenfeldtheorie liegt 10^{120} -mal über dem beobachteten Wert, das größte Versagen der theoretischen Physik und eine der besten Motivationen um sich mit Theorien der quantengravitation (Kapitel 6) auseinanderzusetzen.

Das Hierarchieproblem. Die Higgs-Masse beträgt 125 GeV, obwohl die Quantenfluktuationen (in der Sprache der Quantenfeldtheorie: die *Schleifenkorrekturen*, engl. loop corrections) schieben sie eigentlich auf die Planck-Skala $M_{\text{Pl}} \sim 10^{19}$ GeV. Damit die Higgs-Masse so klein bleibt, müssten sich die Korrekturen auf 30 Dezimalstellen genau wegheben. Das erscheint unnatürlich. Theorien wie Supersymmetrie oder Composit-Higgs-Modelle (also solche, in denen das Higgs-Boson kein Elementarteilchen, sondern ein zusammengesetztes Teilchen wie ein Atom ist) versuchen dieses Problem zu lösen, bisher ohne experimentellen Beleg.

Neutrinomassen. Im Standardmodell sind Neutrinos masselos. Aber Experimente zeigen, dass Neutrinos *oszillieren*, d.h. sie wechseln zwischen Elektron-, Myon- und Tau-Neutrino-Typ hin und her, was nur möglich ist, wenn die verschiedenen Neutrino-Typen unterschiedliche Massen haben. Das SM muss erweitert werden, um das zu erklären; welcher Mechanismus hinter den Neutrinomassen steckt, ist noch unbekannt. Häufig wird aber angenommen, dass Neutrinos auch ihre Massen durch das Higgs-Boson erhalten.

All diese Lücken zeigen: Hinter dem Standardmodell steckt noch mehr Physik. Genau nach dieser „neuen Physik“ sucht ein Großteil der modernen experimentellen und theoretischen Physik – auch mit den Werkzeugen, die wir in diesem Kurs erarbeiten werden.



Abbildung 1.7: Das hat mit dem Big Bang *nichts* zu tun.

2 Kosmologie: Rotverschiebung, Expansion, Inflation und das Hubble-Gesetz

2.1 Das kosmologische Prinzip

Die gesamte moderne Kosmologie beruht auf einer überraschend einfachen Annahme, dem *kosmologischen Prinzip*:

- **Isotropie:** Das Universum sieht (auf großen Skalen) in jede Richtung gleich aus – es ist egal, in welche Richtung man schaut.
- **Homogenität:** Das Universum sieht (auf großen Skalen) an jedem Ort gleich aus, es ist egal, an welchem Ort man sich befindet.

Natürlich ist das Universum *lokal* alles andere als homogen: es gibt Galaxien, Sterne, Planeten und leere Räume dazwischen. Aber wenn man groß genug zoomt (Skalen von einigen hundert Megaparsec), verschwinden diese Unterschiede im statistischen Mittel. Abbildung 1.1 aus Kapitel 1 veranschaulicht das eindrücklich: Von jedem Punkt im Universum aus würde eine solche Karte des beobachtbaren Universums ähnlich aussehen: überall dasselbe kosmische Netz, dieselbe Hintergrundstrahlung am Rand.

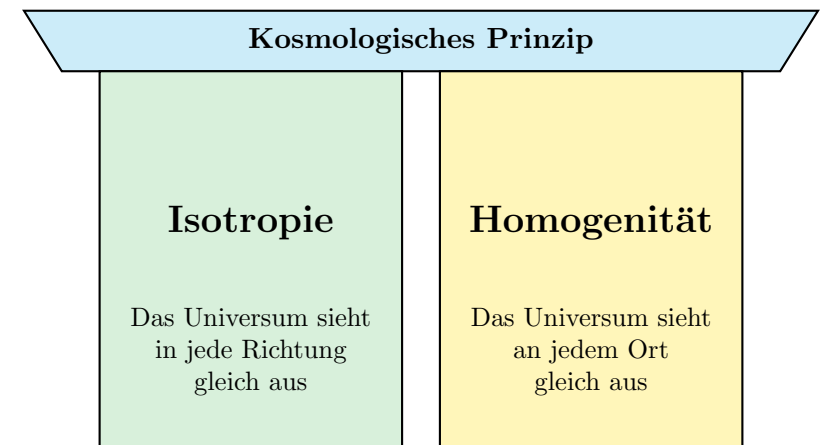


Abbildung 2.1: Das kosmologische Prinzip „ruht“ auf den beiden gleichberechtigten Säulen Isotropie und Homogenität. Erst beide gemeinsam erlauben es, die gesamte Geometrie des Universums durch eine einzige Funktion, den Skalenfaktor $a(t)$, zu beschreiben.

Aus dem kosmologischen Prinzip (Abbildung 2.1) folgt, dass sich die Geometrie des Universums vollständig durch eine einzige Funktion der Zeit beschreiben lässt: den *Skalenfaktor* $a(t)$. Er beschreibt, wie sich Abstände zwischen zwei beliebigen (mitbewegten) Punkten im Universum mit der Zeit verändern – für $a(t_1) < a(t_2)$ war der Abstand zur Zeit t_1 kleiner als zur Zeit t_2 , das Universum hat sich also ausgedehnt. Per Konvention wird der heutige Wert auf $a(t_0) = 1$ gesetzt. Der Abstand L zwischen zwei Punkten (die sich *frei fallend* bewegen, also nur durch die Gravitation beeinflusst sind) lässt sich in Abhängigkeit von der Zeit über den Skalenfaktor beschreiben:

$$L(t) = \frac{a(t)}{a_*} \cdot L_*, \quad (2.1)$$

wobei a_* und L_* der Wert des Skalenfaktors bzw. des Abstands zu einem anderen, bekannten Zeitpunkt sind.

Mit dem Skalenfaktor definieren wir die *Hubble-Rate*

$$H(t) = \frac{1}{a(t)} \frac{da}{dt}(t), \quad (2.2)$$

die angibt, wie schnell sich das Universum zum Zeitpunkt t ausdehnt. Ihr heutiger Wert $H_0 = H(t_0)$ heißt *Hubble-Konstante*. Die Einheit der Hubble-Rate ist $[H] = T^{-1}$, also „pro Zeit“. Wie wir unten sehen werden, ist die geläufigere Einheit der Hubble-Konstanten aber $[H] = \text{km (s Mpc)}^{-1}$.

2.2 Die Friedmann-Gleichungen

Setzt man das kosmologische Prinzip in die Einsteingleichungen der ART ein, erhält man die beiden *Friedmann-Gleichungen*. Eine schöne, von John Wheeler geprägte Merkhilfe (ursprünglich für die Einsteingleichungen im Allgemeinen, aber genauso passend hier) hilft, sich die Bedeutung der Gleichungen klarzumachen:

Friedmann-Gleichung I

$$H^2(t) = \left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho(t) = \frac{1}{3 m_{\text{Pl}}^2} \rho(t) \quad (2.3)$$

„Matter tells space how to curve“: Die Materie-Energiedichte ρ bestimmt, wie schnell sich das Universum ausdehnt (H).

Friedmann-Gleichung II

$$\dot{\rho}(t) = -3H(t)[\rho(t) + p(t)] \quad (2.4)$$

„Space tells matter how to move“: Die Expansionsrate H bestimmt, wie schnell die Materie-Energiedichte ρ mit der Zeit abnimmt.

Dabei sind $\rho(t)$ die mittlere Energiedichte und $p(t)$ der Druck des kosmischen Plasmas, sowie $m_{\text{Pl}} = 1/\sqrt{8\pi G}$ die (reduzierte) Planck-Masse (siehe Kapitel 5). Diese beiden Gleichungen, zusammen mit einer Zustandsgleichung $p = p(\rho)$, die festlegt, um welche Art von Materie (Strahlung, Staub, Vakuumenergie) es sich handelt, werden wir in Kapitel 8 explizit lösen und in Abschnitt 8.6 numerisch auf unser eigenes Universum anwenden, um sein Alter zu berechnen.

2.3 Rotverschiebung

Stellen wir uns vor, ein fernes Atom sendet Licht mit Wellenlänge λ_e aus (Index e für *emittiert*), zu einem Zeitpunkt, an dem der Skalenfaktor den Wert $a_e = a(t_e)$ hatte. Dieses Licht erreicht uns heute, bei $a_0 = a(t_0) = 1$, mit einer Wellenlänge λ_0 . Da sich der Raum selbst, und mit ihm die Wellenlänge des Lichts, um den Faktor a_0/a_e ausgedehnt hat, gilt

$$\frac{\lambda_e}{a_e} = \frac{\lambda_0}{a_0} \implies \lambda_0 = \lambda_e \cdot \frac{a_0}{a_e} = \lambda_e \cdot \frac{1}{a_e}. \quad (2.5)$$

Da $a_e < 1$ (der Skalenfaktor war in der Vergangenheit kleiner, alles war dichter), gilt $\lambda_0 > \lambda_e$: Das Licht wird beim Reisen durch das expandierende Universum zu größeren Wellenlängen hin verschoben – „rotverschoben“, da Rot die langwelligste Farbe des sichtbaren Spektrums ist. Man definiert die *Rotverschiebung* z über

$$z := \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} \implies \lambda_0 = \lambda_e (1 + z) = \frac{\lambda_e}{a_e} \implies a_e = \frac{1}{1 + z}. \quad (2.6)$$

Die Rotverschiebung z ist damit eine direkt messbare Größe (man vergleicht beobachtete Spektrallinien mit bekannten Laborwerten von λ_e), die uns sagt, wie dicht das Universum war,

als das beobachtete Licht ausgesandt wurde. Abbildung 2.2 veranschaulicht diesen Effekt: Das ausgesandte Licht (blau, kurze Wellenlänge) wird durch die kosmische Expansion zu längeren Wellenlängen hin gestreckt und kommt rot verschoben bei uns an.



Abbildung 2.2: Rotverschiebung durch die kosmische Expansion: Das von der Quelle emittierte Licht mit Wellenlänge λ_e (blau, links) wird mit dem expandierenden Raum mitgedehnt und erreicht uns mit längerer Wellenlänge $\lambda_0 > \lambda_e$ (rot, rechts); das Licht „verschiebt sich ins Rote“.

2.4 Das Hubble-Gesetz

Für kleine Rotverschiebungen (also für nicht allzu weit entfernte Objekte) lässt sich zeigen, dass die Fluchtgeschwindigkeit v einer Galaxie näherungsweise proportional zu ihrer Entfernung d_L von uns ist:

$$v \approx H_0 \cdot d_L. \quad (2.7)$$

Dies ist das berühmte *Hubble-Gesetz*. Es war Edwin Hubbles Beobachtung (1929), dass weiter entfernte Galaxien sich schneller von uns entfernen, die als erster überzeugender Hinweis auf ein expandierendes Universum gilt und damit indirekt auf einen „Anfang“ (den Urknall).

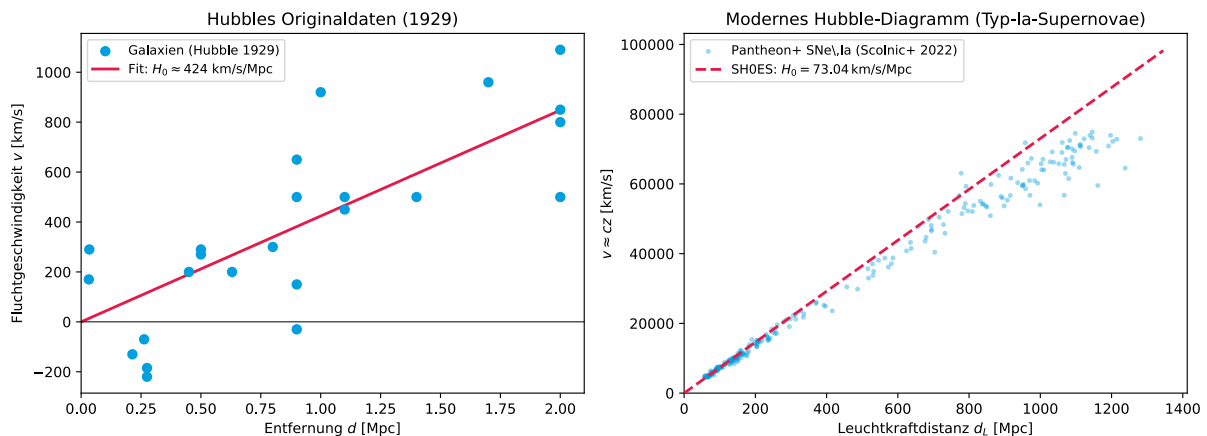


Abbildung 2.3: *Links*: Hubbles Originaldaten von 1929: Fluchtgeschwindigkeit v gegen Entfernung d_L . Die Steigung ist direkt H_0 ; Hubbles Wert $H_0 \approx 424$ km/s/Mpc war wegen fehlerhafter Entfernungskalibrierung zu groß. Daten: Hubble [3]. *Rechts*: Modernes Hubble-Diagramm mit repräsentativen Typ-Ia-Supernovae aus dem Pantheon+ / SH0ES-Datensatz [4]: die gestrichelte Linie zeigt die SH0ES-Referenz $H_0 = 73.04$ km/s/Mpc. Bei $d_L \gtrsim 300$ Mpc weichen die Datenpunkte systematisch nach unten ab, ein Effekt der Näherung $v \approx cz$ (s. Text).

Bei hohen Luminositätsdistanzen ($d_L \gtrsim 300$ Mpc, entsprechend $z \gtrsim 0.1$) liegen die Datenpunkte im modernen Hubble-Diagramm (Abbildung 2.3) *unterhalb* der SH0ES-Referenzlinie. Das liegt an der Näherung $v \approx cz$: Für $z \gtrsim 0.1$ unterschätzt $v = cz$ die tatsächliche Fluchtgeschwindigkeit, weil die Luminositätsdistanz im expandierenden Universum schneller anwächst als cz/H_0 . Genauer gilt

$$d_L = \frac{c}{H_0} (1+z) \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}, \quad E(z) = \sqrt{\Omega_{\text{mat}}(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda}}, \quad (2.8)$$

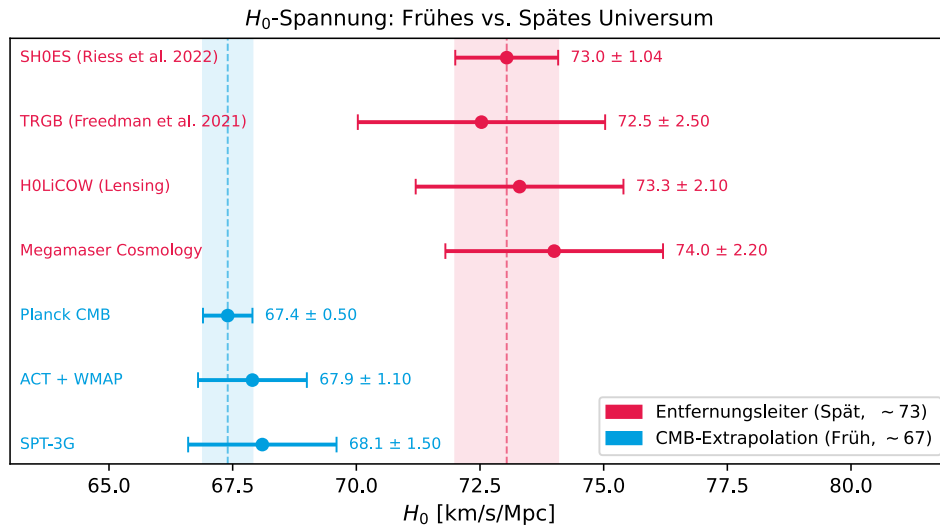


Abbildung 2.4: Die moderne H_0 -Spannung: Messungen über die kosmische Entfernungsleiter (rot, „spätes Universum“, z.B. SH0ES: $H_0 = 73.04 \pm 1.04$ km/s/Mpc) ergeben systematisch höhere Werte als CMB-Extrapolationen (blau, „frühes Universum“, z.B. Planck: $H_0 = 67.4 \pm 0.5$ km/s/Mpc). Diese Diskrepanz von $\gtrsim 5\sigma$ ist bis heute ungeklärt und könnte auf neue Physik hindeuten.

wobei $\Omega_{\text{mat}} \approx 0.31$ und $\Omega_{\Lambda} \approx 0.69$. Bei $z = 0.1$ beträgt die Korrektur bereits $\sim 5\%$, bei $z = 0.2$ schon $\sim 10\%$. Das Hubble-Gesetz $v = H_0 d_L$ mit der Näherung $v \approx cz$ gilt daher nur für kleine Rotverschiebungen $z \ll 1$.

Aufgabe 2.1

Das Hubble-Gesetz

$$v = H_0 \cdot d_L$$

beschreibt, mit welcher Geschwindigkeit v sich Galaxien in einer (Luminositäts-)Distanz d_L von uns wegbewegen. Durch spektroskopische Analysen des Lichts von Himmelskörpern und die Analyse des CMB konnte $H_0 = 67.4 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}}$ bestimmt werden.

- a) Ein Parsec ist die Distanz, aus welcher der mittlere Erdbahnradius (1 au), also der mittlere Abstand zwischen Sonne und Erde, unter einem Winkel von einer Bogensekunde erscheint. Es gilt

$$1 \text{ pc} = 206,265 \text{ au} = 3.26 \text{ ly} = 30.9 \times 10^{12} \text{ km}.$$

Nutze obige Umrechnungshilfe um den Hubble-Parameter H_0 in der Einheit s^{-1} anzugeben.

- b) Der inverse Hubble-Parameter H_0^{-1} definiert also eine Zeitskala. Gib diese in einer der Größenordnung angemessenen Einheit an. Was fällt dir auf?
- c) Welche Längenskala gibt cH_0^{-1} an? Wähle auch hier eine Einheit, die der Kosmologie angemessen ist.

Hinweis: Ein Jahr ist ziemlich genau $\pi \times 10^7$ s lang.